1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral I — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

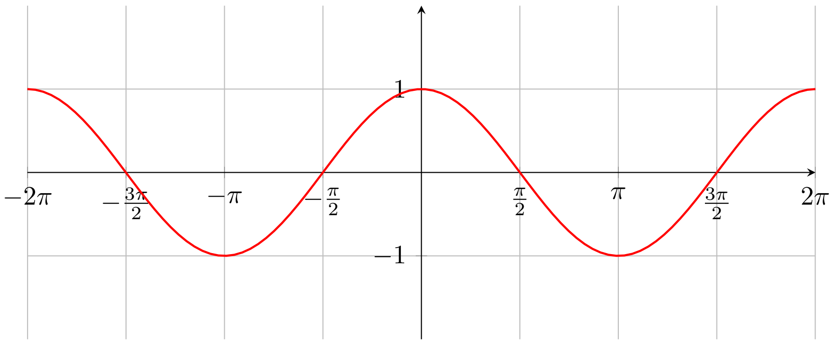
Eng. de Alimentos 15/04/2026

Aluno(a):...

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Mostre que $\dfrac{x^{-2} - y^{-2}}{x^{-1} + y^{-1}}$ pode ser escrita como $\dfrac{y - x}{xy}$.

2. Abaixo está o gráfico da função $f(x) = \cos(x)$. Determine como deve ser o gráfico das funções abaixo:



   (a) $g(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$

   (b) $h(x) = 2\cos(x)$

   (c) $k(x) = \cos(2x)$

3. Calcule os limites:

   (a) $\displaystyle\lim_{x \to 9} \frac{3 - \sqrt{x}}{9x - x^2}$

   (b) $\displaystyle\lim_{x \to 4} \frac{5 + \sqrt{x}}{\sqrt{5} + x}$

4. Sejam f e g contínuas em $x = 1$, $g(1) = 2$ e $\displaystyle\lim_{x \to 1} [2f(x) + f(x)g(x)] = 12$. Determine o valor de $f(1)$.

5. Mostre que existe uma raiz de $f(x) = x^3 - x - 2$ no intervalo $(1, 2)$.

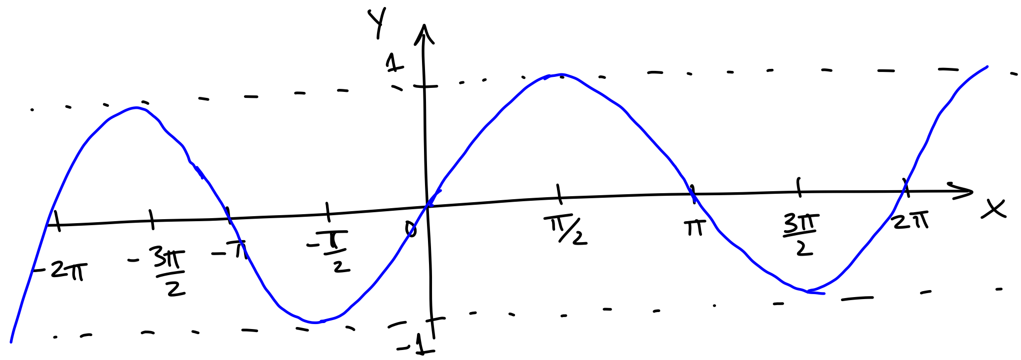
Boa Prova!

Solução

① $$\frac{x^{-2}-y^{-2}}{x^{-1}+y^{-1}} = \frac{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}} = \frac{\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}}{\frac{y+x}{xy}} = \frac{y^2-x^2}{x^2y^2}\cdot\frac{xy}{y+x}$$

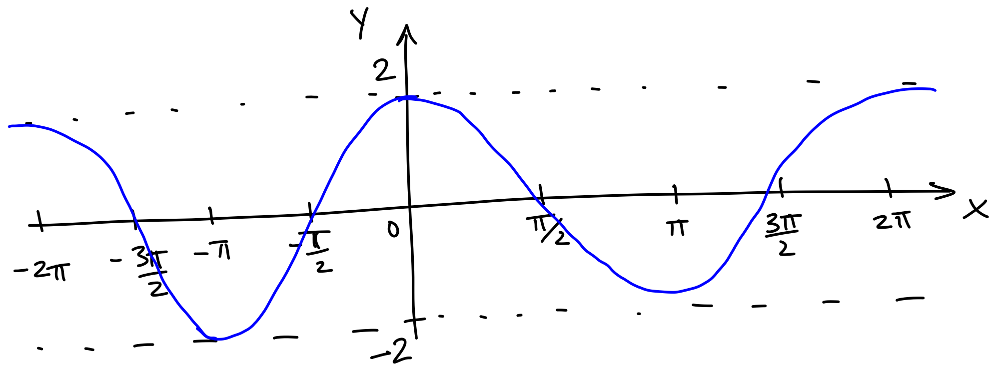
$$= \frac{y^2-x^2}{xy(y+x)} = \frac{(y-x)(y+x)}{xy(y+x)} = \frac{y-x}{xy}.$$

② a)



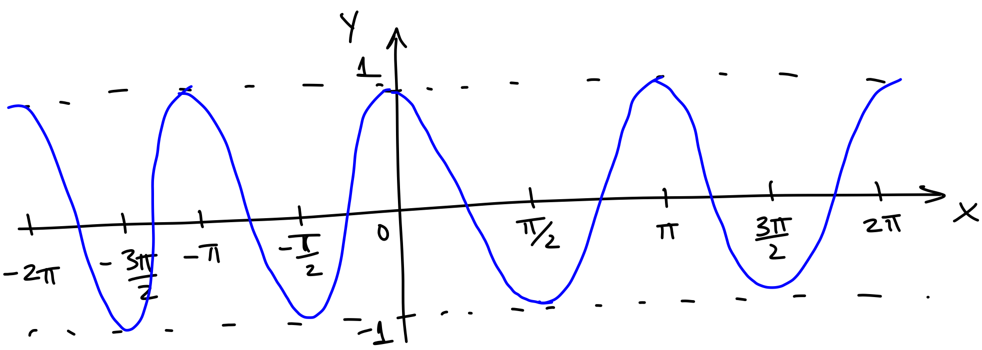
Deslocado $\frac{\pi}{2}$ à direita.

b)



Esticado verticalmente 2 vezes.

c)



Anda 2 vezes mais rápido.

③ a) O limite é uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$.

$$\frac{3-\sqrt{x}}{9x-x^2}\cdot\frac{3+\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} = \frac{9-x}{(9x-x^2)(3+\sqrt{x})} = \frac{9-x}{x(9-x)(3+\sqrt{x})}$$

$$= \frac{1}{x(3+\sqrt{x})} \xrightarrow{x\to 9} \frac{1}{9(3+\sqrt{9})} = \frac{1}{54}.$$

b) A função $f(x) = \dfrac{5+\sqrt{x}}{\sqrt{5+x}}$ é contínua em $x=4$, pois é soma e quociente de funções contínuas (constante, polinomial e raiz). Assim,

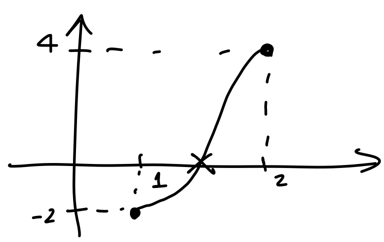
$$\lim_{x\to 4} \frac{5+\sqrt{x}}{\sqrt{5+x}} = f(4) = \frac{5+\sqrt{4}}{\sqrt{5+4}} = \frac{7}{\sqrt{5+4}}$$

④ Como f e g são contínuas em $x=1$, pelas propriedades:

$$12 = \lim_{x\to 1}\left[2f(x)+f(x)g(x)\right] = 2\lim_{x\to 1} f(x) + \lim_{x\to 1} f(x)\cdot\lim_{x\to 1} g(x)$$

$$= 2f(1) + f(1)\cdot g(1) = 2f(1)+2f(1) = 4f(1) \Rightarrow f(1) = \frac{12}{4} = 3.$$

⑤ Temos que:



- $f(1) = 1^3 - 1 - 2 = -2 < 0$
- $f(2) = 2^3 - 2 - 2 = 4 > 0$
- f é polinomial, logo contínua em $\mathbb{R}$

Pelo Teorema do Valor Intermediário, existe $c \in (1,2)$ tal que $f(c) = 0$.