



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Lógica e Conjuntos — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

Matemática

25/09/2024

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a):

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Considere as proposições $p : \sqrt{2}$ é irracional, $q : \frac{1}{2024}$ é racional e $r : \sqrt{2024}$ é inteiro. Escreva as proposições em linguagem corrente e determine quais delas são verdadeiras.
 - (a) (0,5 pt) $(p \wedge q) \rightarrow r$
 - (b) (0,5 pt) $(p \wedge q) \rightarrow \sim r$
 - (c) (1,0 pt) $\sim(\sim p \rightarrow q)$
2.
 - (a) (1 pt) Verifique a validade da implicação $(p \rightarrow q) \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$.
 - (b) (1 pt) Verifique a validade da equivalência $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$.
3. Decida quais das sentenças são tautologia:
 - (a) (1 pt) $\sim(p \leftrightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$
 - (b) (1 pt) $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$
4. Determine se as sentenças abaixo são verdadeiras ou falsas. Prove ou dê um contraexemplo.
 - (a) (0,5 pt) Existe um número M tal que $n < M$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
 - (b) (0,5 pt) Existe $x \in \mathbb{Z}$ tal que $x^2 + 2x - 1 = 0$.
 - (c) (0,5 pt) $n^2 - n + 1$ é primo para algum $n \in \mathbb{N}$.
 - (d) (0,5 pt) Para todo $n \in \mathbb{N}$, $n^2 - n + 1$ é primo.
5. (2 pts) Determine se o argumento é válido:
Premissa 1: Se um filme é um sucesso de bilheteira, então ele foi bem avaliado pela crítica.
Premissa 2: O filme foi bem avaliado pela crítica.
Conclusão: Logo, é um sucesso de bilheteira.

Boa Prova!

Soluçãw

- ① $p: \sqrt{2}$ é irracional (V)
 $q: \frac{1}{2024}$ é racional (V)
 $r: \sqrt{2024}$ é inteiro (F)

$$\begin{array}{r|l} 2024 & 2 \\ 1012 & 2 \\ 506 & 2 \\ 253 & 253 \\ \hline 1 & 2^3 \cdot 253 \end{array}$$

- a) Se $\sqrt{2}$ é irracional e $\frac{1}{2024}$ é racional, então $\sqrt{2024}$ é inteiro. (F)
- b) Se $\sqrt{2}$ é irracional e $\frac{1}{2024}$ é racional, então $\sqrt{2024}$ não é inteiro. (V)
- c) Não é verdade que se $\sqrt{2}$ é racional, então $\frac{1}{2024}$ é racional. (F)

② a)

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q$	$(p \rightarrow q) \wedge \sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V
F	F	V	V	V	V	V

O condicional é uma tautologia, logo a implicação é verdadeira.

b)

p	q	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	F	V
F	F	F	F	V

O bicondicional é tautológico, logo a equivalência é verdadeira.

③ a)

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$\sim(p \leftrightarrow q) \wedge (p \rightarrow q)$
V	V	V	V	F	F
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	F

A sentença não é uma tautologia.

b)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V

A sentença é uma tautologia.

④ a) A sentença é falsa, pois qualquer que seja o natural M , temos que $M+1$ também é natural e $M < M+1$.

b) Resolvendo a eq.:

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 8$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2} = -1 \pm \sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$$

A sentença é falsa.

c) Tomando $n=2$, $2^2 - 2 + 1 = 3$ é primo. A sentença é verdadeira.

d) Tomando $n=1$, $1^2 - 1 + 1 = 1$ não é primo. A sentença é falsa.

⑤ Sejam as sentenças:

p : filme sucesso de bilheteria.

q : bem avaliado pela crítica.

O argumento é $[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$. Para que seja válido, o condicional precisa ser tautológico.

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

← não é tautologia.