1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral II — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

Eng. Agrícola 08/05/2024

Aluno(a):...

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Calcule a integral indefinida $\displaystyle\int \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,dx$.

2. Encontre o valor da integral $\displaystyle\int_0^{1/2} x\cos(\pi x)\,dx$.

3. Determine se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Reescreva a soma de frações parciais correta para as falsas. Não é necessário calcular as constantes A, B e C.

   (a) $\dfrac{x(x^2+9)}{x^2-9}$ pode ser escrita como soma de frações parciais da forma $\dfrac{A}{x+3}+\dfrac{B}{x-3}$.

   (b) $\dfrac{x^2+9}{x(x^2-9)}$ pode ser escrita como soma de frações parciais da forma $\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x+3}+\dfrac{C}{x-3}$.

   (c) $\dfrac{x^2+9}{x^2(x-9)}$ pode ser escrita como soma de frações parciais da forma $\dfrac{A}{x^2}+\dfrac{B}{x-9}$.

   (d) $\dfrac{x^2-9}{x(x^2+9)}$ pode ser escrita como soma de frações parciais da forma $\dfrac{A}{x}+\dfrac{B}{x^2+9}$.

4. Determine se a integral imprópria $\displaystyle\int_0^1 \frac{3}{x^5}\,dx$ é convergente ou divergente e determine seu valor, se possível.

5. Encontre uma primitiva para $f(x) = x^{1/2}\cos(1+x^{3/2})$.

Boa Prova!

Avaliação P1

① Tomando $u = \sqrt{x}$, temos $du = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2du$. Logo,

$$\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx = \int \sin u \cdot 2\,du = 2(-\cos u) + C = -2\cos(\sqrt{x}) + C.$$

② Integrando por partes:

$$\begin{aligned} u &= x \\ dv &= \cos(\pi x)\,dx \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} du &= dx \\ v &= \frac{\sin(\pi x)}{\pi} \end{aligned}$$

$$\therefore \int_0^{1/2} x\cos(\pi x)\,dx = x \cdot \frac{\sin(\pi x)}{\pi}\Big|_0^{1/2} - \int_0^{1/2} \frac{\sin(\pi x)}{\pi}dx$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(\pi/2)}{\pi} - \frac{1}{\pi}\int_0^{1/2} \sin(\pi x)\,dx = \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{\pi}\left[-\frac{\cos(\pi x)}{\pi}\Big|_0^{1/2}\right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{\pi^2}\left[-\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos 0\right] = \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{\pi^2} = \frac{\pi - 2}{2\pi^2}$$

③ a) $x(x^2+9)$ tem grau 3 e x^2-9 tem grau 2. Dividindo $x(x^2+9) = x^3 + 9x$ por x^2-9:

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 9x & x^2 - 9 \\ \cline{2-2} -x^3 + 9x & x \\ \hline 18x & \end{array} \quad \Rightarrow \quad \frac{x(x^2+9)}{x^2-9} = x + \frac{18x}{x^2-9}$$

Como $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$: $\frac{x(x^2+9)}{x^2-9} = x + \frac{A}{x-3} + \frac{B}{x+3}$, $A, B \in \mathbb{R}$

b) $x(x^2-9) = x(x-3)(x+3)$

$$\Rightarrow \frac{x^2+9}{x(x^2-9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{x+3}, \quad A,B,C \in \mathbb{R}$$

c) Como $x=0$ é uma raiz de $x^2(x-9)=0$ com multiplicidade, temos:

$$\frac{x^2+9}{x^2(x-9)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-9}, \quad A,B,C \in \mathbb{R}.$$

d) Como $x^2+9=0$ não tem raízes reais:

$$\frac{x^2-9}{x(x^2+9)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+9}, \quad A,B,C \in \mathbb{R}.$$

4) Calculando a primitiva:

$$\int \frac{3}{x^5}\,dx = 3\int x^{-5}\,dx = 3\cdot\frac{x^{-4}}{-4} + C = -\frac{3}{4x^4} + C$$

Assim,

$$\int_0^1 \frac{3}{x^5}\,dx = \lim_{t\to0^+}\int_t^1 \frac{3}{x^5}\,dx = \lim_{t\to0^+} -\frac{3}{4x^4}\Big|_t^1 = \lim_{t\to0^+}\left(-\frac{3}{4} + \frac{3}{4t^4}\right) = \infty$$

Portanto, a integral diverge.

5) Tomando $u = 1+x^{3/2}$, temos $du = \frac{3}{2}x^{1/2}\,dx \Rightarrow x^{1/2}\,dx = \frac{2}{3}\,du$.

$$\int x^{1/2}\cos(1+x^{3/2})\,dx = \int \cos u \cdot \frac{2}{3}\,du = \frac{2}{3}\operatorname{sen}(1+x^{3/2}) + C.$$