



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral I — Avaliação P2
Prof. Adriano Barbosa

Química

20/02/2024

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a):

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. (2 pts) Calcule o limite: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-9x}}{x}$.

2. (2 pts) Dado que $4x^2 + 9y^2 = 36$, onde x e y são funções de t , calcule $x'(t)$ quando $x = 1$, $y = \frac{2}{3}\sqrt{5}$ e $y'(t) = \frac{1}{3}$.

3. (2 pts) Uma loja tem vendido 200 aparelhos de som por semana a R\$ 350,00 cada. Uma pesquisa de mercado indicou que para cada R\$ 10,00 de desconto oferecido aos compradores, o número de unidades vendidas aumenta em 20 por semana. Determine qual o desconto que a loja deve oferecer para maximizar seu faturamento.

4. (2 pts) Esboce o gráfico de f tal que $f(0) = 0$, $f'(0) = 0$, $f''(0) = 0$, $f'(x) > 0$ para $x < 0$ e para $x > 0$, $f''(x) < 0$ para $x < 0$ e $f''(x) > 0$ para $x > 0$.

5. (a) (1 pt) Determine uma primitiva de $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$.

(b) (1 pt) Calcule $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx$.

Boa Prova!

Avaliação P2

① Quando $x \rightarrow 0$, temos $\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-9x} \rightarrow 0$, logo o limite é uma indeterminação do tipo $\frac{0}{0}$. Aplicando a regra de L'Hospital:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-9x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{2\sqrt{1+3x}} - \frac{-9}{2\sqrt{1-9x}}}{1}$$
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{2\sqrt{1+3x}} + \frac{9}{2\sqrt{1-9x}} = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} = 6.$$

② Derivando:

$$4x^2 + 9y^2 = 36 \Rightarrow 8xx' + 18yy' = 0 \stackrel{(\div 2)}{\Rightarrow} 4xx' + 9yy' = 0$$

Quando $x=1$, $y = \frac{2}{3}\sqrt{5}$ e $y' = \frac{1}{3}$, temos:

$$4 \cdot 1 \cdot x' + 9 \cdot \frac{2}{3}\sqrt{5} \cdot \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow 4x' + 2\sqrt{5} = 0 \Rightarrow x' = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

③ O faturamento pode ser escrito em função do desconto como

desc.	0	10	20	...	$10 \cdot x$
vendas	200	$220 = 200 + 2 \cdot 10$	$240 = 200 + 2 \cdot 20$...	$200 + 2 \cdot 10x$
preço	350	$340 = 350 - 10$	$330 = 350 - 20$...	$350 - 10x$

$$\text{Faturamento} = \text{vendas} \times \text{preço} = (200 + 20x)(350 - 10x)$$

$$F(x) = 70000 - 2000x + 7000x - 200x^2 = -200x^2 + 5000x + 70000$$

Calculando os pontos críticos,

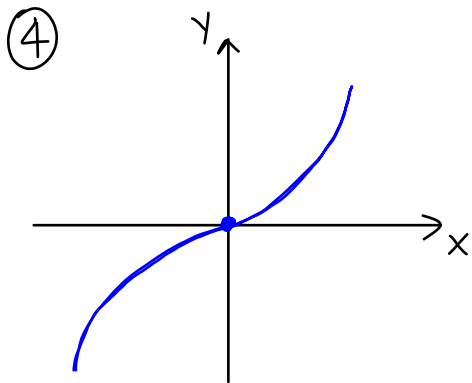
$$F'(x) = -400x + 5000 \quad \text{é polinôm. e bem def. } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\therefore -400x + 5000 = 0 \Rightarrow -4x + 50 = 0 \Rightarrow x = \frac{50}{4} = \frac{25}{2}$$

Aplicando o teste da 2ª derivada:

$$F''(x) = -400 \Rightarrow F''\left(\frac{25}{2}\right) = -400 < 0 \Rightarrow x = \frac{25}{2} \text{ é pt. de máx. local.}$$

Portanto, para que o faturamento seja máximo, o desconto deve ser $10 \cdot \frac{25}{2} = \text{R\$ } 125,00$.



$x=0$ é ponto crítico de f .

$f'(x) > 0 \Rightarrow f$ é crescente p/ $x < 0$ e $x > 0$

f tem concavidade p/ baixo se $x < 0$

f tem concavidade p/ cima se $x > 0$

$x=0$ é ponto de inflexão de f

⑤ a) $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} = x \cdot x^{-1/2} - x^{-1/2} = x^{1/2} - x^{-1/2}$

$$\therefore F(x) = \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^{1/2}}{1/2} + C = \frac{2}{3}x^{3/2} - 2x^{1/2} + C \text{ é primitiva de } f.$$

b) $\int_1^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}} dx = \left. \frac{2}{3}x^{3/2} - 2x^{1/2} \right|_1^9 = \frac{2}{3} \cdot 9^{3/2} - 2 \cdot 9^{1/2} - \left(\frac{2}{3} \cdot 1^{3/2} - 2 \cdot 1^{1/2} \right)$

$$= 18 - 6 - \left(\frac{2}{3} - 2 \right) = 12 + \frac{4}{3} = \frac{36+4}{3} = \frac{40}{3}.$$