1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Cálculo Diferencial e Integral I — Avaliação P1
Prof. Adriano Barbosa

Química 21/11/2023

Aluno(a):. . . . .

Todas as respostas devem ser justificadas.

1. (2 pts) Calcule os limites abaixo:

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to -3} \frac{x^2-9}{2x^2+7x+3}$

   (b) $\displaystyle\lim_{x\to \pi/4} x\,\mathrm{sen}^2(x)$

2. (2 pts) O deslocamento de um móvel é dado pela função $s(t) = 5t - 9t^2$.

   (a) Determine a velocidade instantânea do móvel em $t = 1$.

   (b) Determine o intervalo onde a velocidade instantânea é positiva.

   (c) Determine a aceleração do móvel em função do tempo.

3. (2 pts) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \mathrm{sen}(2\ln(x))$ no ponto $(1, 0)$.

4. (2 pts) Derive as funções abaixo:

   (a) $f(x) = \dfrac{x\,\mathrm{sen}(x)}{1+x}$

   (b) $f(x) = x\ln(x) - x$

5. (2 pts) Seja $f(x) = \dfrac{x^2+4x+3}{\sqrt{x}}$. Mostre que $f'(x) = \dfrac{3x^2+4x-3}{2x^{3/2}}$.

Boa Prova!

Avaliação P1

① a) Calculando as raízes do denominador:

$$2x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$
$$= 49 - 24 = 25$$

$$x = \frac{-7 \pm 5}{4}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ ou } x = -3$$

$$\therefore\ 2x^2 + 7x + 3 = 2\left(x + \tfrac{1}{2}\right)(x+3)$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 9}{2x^2 + 7x + 3} = \frac{(x-3)(x+3)}{2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x+3)} = \frac{x-3}{2\left(x+\frac{1}{2}\right)} = \frac{x-3}{2x+1} \xrightarrow{x \to -3} \frac{6}{5}$$

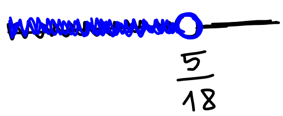
b) $f(x) = x\,\text{sen}^2(x)$ é o produto de funções contínuas, pois x é polinomial e $\text{sen}^2(x)$ é composta de polinomial com trigonométrica. Logo, f também é contínua.

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} x\,\text{sen}^2(x) = \frac{\pi}{4}\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8}.$$

② a) $v(t) = s'(t) = 5 - 18t$

$$\Rightarrow v(1) = 5 - 18 = -13$$

b) $v(t) > 0 \Rightarrow 5 - 18t > 0 \Rightarrow 18t < 5 \Rightarrow t < \frac{5}{18}$



c) $a(t) = v'(t) = -18$

③ Derivando:

$$f'(x) = \cos(2\ln(x)) \cdot \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow f'(1) = \cos(2\ln(1)) \cdot \frac{2}{1} = \cos(0) \cdot 2 = 2 \quad \therefore m = 2$$

A eq. da reta tangente é dada por:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = 2(x-1) \Rightarrow y = 2x - 2.$$

④ a) $(x\,\text{sen}x)' = 1 \cdot \text{sen}x + x\cos x = \text{sen}\,x + x\cos x$

$(1+x)' = 1$

$$f'(x) = \frac{(x\,\text{sen}x)'(1+x) - (x\,\text{sen}x)(1+x)'}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{(\text{sen}\,x + x\cos x)(1+x) - (x\,\text{sen}x)\cdot 1}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{\text{sen}x + x\,\text{sen}x + x\cos x + x^2\cos x - x\,\text{sen}x}{(1+x)^2}$$

$$= \frac{x^2\cos x + x\cos x + \text{sen}x}{(1+x)^2}$$

b) $f'(x) = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x} - 1 = \ln x + 1 - 1 = \ln x$

⑤ Derivando:

$$(x^2+4x+3)' = 2x+4$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\therefore \; f'(x) = \frac{(x^2+4x+3)' \cdot \sqrt{x} - (x^2+4x+3) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2}$$

$$= \frac{(2x+4)\sqrt{x} - \frac{x^2+4x+3}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{\frac{(2x+4)\sqrt{x} \cdot 2\sqrt{x} - x^2 - 4x - 3}{2\sqrt{x}}}{x}$$

$$= \frac{(2x+4) \cdot 2x - x^2 - 4x - 3}{2x\sqrt{x}}$$

$$= \frac{4x^2 + 8x - x^2 - 4x - 3}{2x \cdot x^{1/2}}$$

$$= \frac{3x^2 + 4x - 3}{2x^{3/2}}$$