



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Introdução ao Cálculo — Avaliação P2
Prof. Adriano Barbosa

Química

29/08/2023

1	
2	
3	
4	
5	
Nota	

Aluno(a):

Todas as respostas devem ser justificadas.

- Luiz ingeriu 500g de amoxicilina às 8h. Suponha que a meia-vida dessa substância é de 1h.
 - Determine a massa dessa substância no organismo de Luiz às 9h, 10h e 11h.
 - Qual é a massa restante no organismo de Luiz após t horas da ingestão do remédio?
- Se $\log a = 2$, $\log b = 3$ e $\log c = 4$, determine o valor de $\log\left(\frac{bc^2}{a^4}\right)$.
 - Determine os valores de x na equação $3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 12 = 0$.
- João tomou emprestado R\$ 2.200,00 em um banco que cobra uma taxa de juros compostos de 10% ao mês.
 - Se João pagar sua dívida após 3 meses, qual será o valor total pago?
 - Escreva uma função f que expresse a quantia paga em função do tempo t , dado em meses.
- Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é a função definida por $f(x) = 3x + \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$. Qual o valor da soma $f(3) + \dots + f(13)$?
- Se $\cos x + \sin x = 1$, qual o valor de $\sin(2x)$?

Boa Prova!

Avaliação P2

① a) Temos que a cada 1h a massa diminui pela metade, logo:

t	8h	9h	10h	11h
m	500g	250g	125g	62,5g

b) De modo geral, tomando intervalos de tempo de 1h:

t	0	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	...	<u>t</u>
m	500	$\frac{500}{2^1}$	$\frac{500}{2} = \frac{500}{2^2}$	$\frac{500}{2^2} = \frac{500}{2^3}$...	$\frac{500}{2^t}$

Portanto, a massa restante após t horas da ingestão

$$\text{é } \frac{500}{2^t}.$$

$$\textcircled{2} \text{ a) } \log\left(\frac{b \cdot c^2}{a^4}\right) = \log(bc^2) - \log(a^4) = \log b + \log(c^2) - \log(a^4)$$

$$= \log b + 2 \log c - 4 \log a = 3 + 2 \cdot 4 - 4 \cdot 2 = 3.$$

$$\text{b) } 3^{2x} - 7 \cdot 3^x + 12 = 0 \Rightarrow (3^x)^2 - 7 \cdot 3^x + 12 = 0$$

$$\text{Tomando } y = 3^x: y^2 - 7y + 12 = 0 \Rightarrow y = 3 \text{ ou } y = 4.$$

$$\text{Assim, } 3^x = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ ou } 3^x = 4 \Rightarrow x = \log_3 4.$$

③ Observe que:

mês	dívida
<u>0</u>	2200
<u>1</u>	$2200 + 2200 \cdot \frac{1}{10} = 2200 \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 2200 \cdot 1,1^1$
<u>2</u>	$2200 \cdot 1,1 + 2200 \cdot 1,1 \cdot \frac{1}{10} = 2200 \cdot 1,1 \left(1 + \frac{1}{10}\right)$ $= 2200 \cdot (1,1)^2$
<u>3</u>	$2200 \cdot (1,1)^2 + 2200 \cdot (1,1)^2 \cdot \frac{1}{10} = 2200 \cdot (1,1)^2 \left(1 + \frac{1}{10}\right)$ $= 2200 \cdot (1,1)^3$
⋮	⋮
<u>t</u>	$2200 \cdot (1,1)^t$

a) Após 3 meses, João deve R\$ 2928,20.

b) A dívida de João após t meses é de R\$ $2200 \cdot (1,1)^t$.

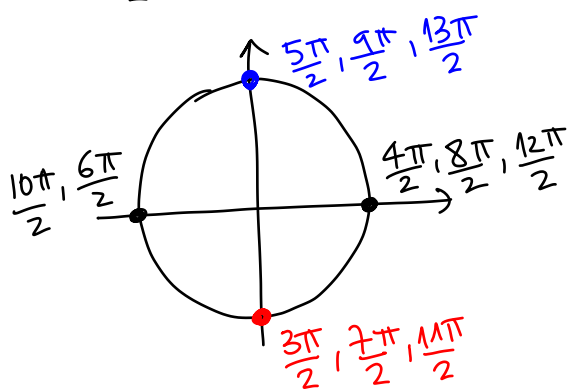
$$\textcircled{4} \quad S = f(3) + f(4) + \dots + f(13)$$

$$= 3 \cdot 3 + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 3\right) + 3 \cdot 4 + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 4\right) + \dots + 3 \cdot 13 + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 13\right)$$

$$= 3(3 + 4 + \dots + 13) + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 3\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 4\right) + \dots + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 13\right)$$

$$= 3 \cdot 88 + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 3\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 4\right) + \dots + \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot 13\right)$$

Observe que o seno está sendo calculado em múltiplos de $\frac{\pi}{2}$:



$$\sin(\alpha) = 1, \quad \alpha \in \left\{ \frac{5\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}, \frac{13\pi}{2} \right\}$$

$$\sin(\alpha) = -1, \quad \alpha \in \left\{ \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{2} \right\}$$

$$\sin(\alpha) = 0, \quad \alpha \in \left\{ \frac{4\pi}{2}, \frac{6\pi}{2}, \frac{8\pi}{2}, \frac{10\pi}{2}, \frac{12\pi}{2} \right\}$$

$$\therefore S = 3 \cdot 88 - 1 + 0 + 1 + 0 - 1 + 0 + 1 + 0 - 1 + 0 + 1 = 264$$

$\textcircled{5}$ Temos que:

$$\cos x + \sin x = 1 \Rightarrow (\cos x + \sin x)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2 x + 2 \cos x \sin x + \sin^2 x = 1 \Rightarrow 2 \cos x \sin x + 1 = 1$$

$$\Rightarrow 2 \cos x \sin x = 0$$

$$\text{Assim, } \sin(2x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x = 2 \cos x \sin x = 0$$