



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Lógica e Conjuntos — Lista 5
Prof. Adriano Barbosa

(1) Resolva os exercícios da aula.

(2) Mostre que $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}, \forall n \in \mathbb{N}$.

(3) Mostre que para todo $n \in \mathbb{N}$ o número

(a) $28^n - 1$ é divisível por 7.

(b) $3^{2n} - 1$ é divisível por 8.

(c) $2^{n+2} + 7^n$ é divisível por 5.

(4) Prove que $2^n < n!$, se $n \geq 4$.

(5) Mostre a validade das afirmações:

(a) $(1+r)^n \geq 1+nr$, para $r > -1$

(b) $1+r+r^2+\dots+r^n = \frac{1-r^{n+1}}{1-r}$, para $r \neq 1$.

(6) O que está errado na demonstração?

Proposição: Se $a \neq 0$ então $a^{n-1} = 1$ para todo n natural.

Prova: $a^{1-1} = 1$, logo vale o caso base.

Assumindo $a^{n-1} = 1$, temos

$$a^n = a^n \frac{a^{n-2}}{a^{n-2}} = \frac{a^n a^{n-2}}{a^{n-2}} = \frac{a^{n-1} a a^{n-2}}{a^{n-2}} = \frac{a^{n-1} a^{n-1}}{a^{n-2}} = \frac{1 \cdot 1}{1} = 1$$

(7) Um plano está dividido em regiões por n retas. Mostre que é possível colorir essas regiões com duas cores de modo que quaisquer duas regiões adjacentes tenham cores diferentes.