Cálculo 2
Lista 1 — Integrais

Prof. Adriano Barbosa

1. a. Estime a área sob o gráfico $f(x) = 1+x^2$ de $x = -1$ até $x = 2$ usando três retângulos aproximantes e escolhendo os c_i como extremidades direitas. Então, aperfeiçoe sua estimativa utilizando seis retângulos aproximantes. Esboce a curva e os retângulos aproximantes.

   b. Repita a parte a. usando extremidades esquerdas.

   c. Repita a parte a. escolhendo os c_i como o ponto médio de cada subintervalo.

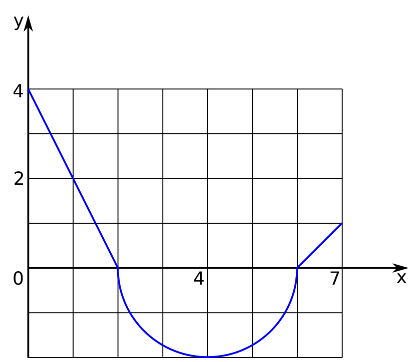
   d. A partir de seus esboços das partes a., b., e c., qual parece ser a melhor estimativa?

2. a. Calcule a soma de Riemann para $f(x) = x^3 - 6x$ tomando como pontos amostrais as extremidades direitas e $a = 0$, $b = 3$ e $n = 6$.

   b. Calcule $\int_0^3 x^3 - 6x\ dx$ pela definição.

3. O gráfico de g consiste em duas retas e um semicírculo. Use-o para calcular cada integral

   a. $\displaystyle\int_0^2 g(x)\ dx$ b. $\displaystyle\int_2^6 g(x)\ dx$ c. $\displaystyle\int_0^6 g(x)\ dx$



4. Calcule as integrais interpretando-as em termos de áreas.

   a. $\displaystyle\int_{-1}^2 1 - x\ dx$ b. $\displaystyle\int_{-1}^2 |x|\ dx$

5. Apenas analisando o gráfico das funções, calcule as seguintes integrais

a. $\displaystyle\int_{-1}^{1} x\ dx$ b. $\displaystyle\int_{-1}^{1} |t|\ dt$ c. $\displaystyle\int_{-1}^{1} y^2\ dy$ d. $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}\theta\ d\theta$ e. $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos\phi\ d\phi$

Deixe os itens b. e c. em função de alguma área.

6. Use o Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada das funções abaixo

   a. $g(x) = \displaystyle\int_{1}^{x} \frac{1}{t^3+1}\ dt$

   b. $G(x) = \displaystyle\int_{x}^{1} \cos(\sqrt{t})\ dt$

   c. $h(x) = \displaystyle\int_{2x}^{3x} \frac{u^2-1}{u^2+1}\ du$ (dica: use as propriedades de integrais e a regra da cadeia.)

7. Calcule as integrais

   a. $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{3}{t^4}\ dt$

   b. $\displaystyle\int_{0}^{\pi/4} \sec\theta\ \operatorname{tg}\theta\ d\theta$

   c. $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{u+1}\ du$

   d. $\displaystyle\int_{0}^{1} x^e + e^x\ dx$

   e. $\displaystyle\int_{0}^{\pi} f(x)\ dx$, onde $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} x, & \text{se } 0 \leqslant x < \frac{\pi}{2} \\ \cos x, & \text{se } \frac{\pi}{2} \leqslant x \leqslant \pi \end{cases}$

Fórmulas úteis:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$