UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Geometria — Lista 2
Prof. Adriano Barbosa

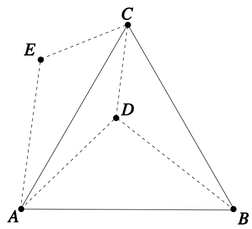
(1) Seja D um ponto interior de um triângulo equilátero ABC de lado ℓ tal que $\overline{AD} = 7$, $\overline{BD} = 8$ e $\overline{CD} = 5$. Considere um ponto E no exterior do triângulo ABC, conforme a figura, tal que o ângulo $D\hat{C}E = 60°$ e $\overline{CD} = \overline{CE}$.

(a) Mostre que os triângulos ACE e BCD são congruentes.

(b) Determine os comprimentos dos segmentos AE e DE.

(c) Encontre a medida do ângulo $A\hat{E}D$.

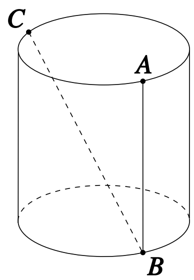
(d) Encontre o valor de ℓ.



(2) No cilindro circular reto da figura, o raio da base mede 3cm e a altura mede 9cm. Sabe-se ainda que o segmento AB é perpendicular às bases e que o comprimento do menor arco AC é 2πcm.

(a) Determine a medida do segmento BC.

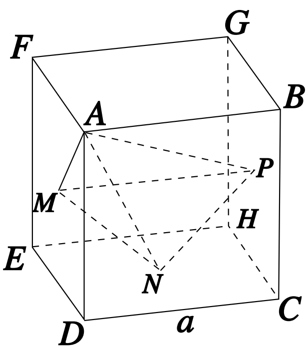
(b) Determine o ângulo $A\hat{B}C$.



(3) O cubo $ABCDEFGH$ da figura tem aresta igual a a. Os pontos M, N e P são os centros das faces $AFED$, $DEHC$ e $CBGH$, respectivamente

(a) Determine o ângulo entre as faces MPA e MPN do tetraedro $AMPN$.

(b) Determine o volume do tetraedro $AMPN$.



(4) Dado um triângulo ABC, sejam M o ponto médio do segmento BC e Γ a circunferência tal que o segmento AB é um diâmetro. Prove que $\overline{AB} = \overline{AC}$ se, e somente se, M pertence à circunferência Γ.

(5) Um segmento que tem um vértice de um triângulo como uma das suas extremidades e a outra extremidade sobre o lado oposto a esse vértice é chamado de *ceviana interna* do triângulo. O Teorema de Ceva afirma que, em um triângulo ABC, as cevianas internas AA', BB' e CC' se intersectam em um mesmo ponto se, e somente se,

$$\frac{\overline{BA'}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{CB'}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{AC'}}{\overline{C'B}} = 1.$$

Prove, utilizando o Teorema de Ceva, que em um triângulo ABC:

(a) As três medianas de um triângulo concorrem em um mesmo ponto.

(b) As três bissetrizes internas de um triângulo concorrem em um mesmo ponto.