



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Linear e Geometria Analítica — Lista 11
Prof. Adriano Barbosa

- (1) Encontre a matriz canônica para cada composição abaixo:
 - (a) Uma rotação de 90° seguida de uma reflexão em torno do eixo y .
 - (b) Uma reflexão em torno do eixo x seguida de uma escala de razão $k = 3$.
 - (c) Uma rotação de 60° , seguida de uma projeção ortogonal sobre o eixo x , seguida de uma reflexão em torno do eixo y .
 - (d) Uma rotação de 15° , seguida de uma rotação de 105° , seguida de uma rotação de 60° .
- (2) Determine se $T_1 \circ T_2 = T_2 \circ T_1$:
 - (a) $T_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a projeção ortogonal sobre o eixo x e $T_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a projeção ortogonal sobre o eixo y .
 - (b) $T_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a rotação por um ângulo θ_1 e $T_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a rotação por um ângulo θ_2 .
 - (c) $T_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a rotação por um ângulo θ e $T_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é a projeção ortogonal sobre o eixo x .
- (3) Definimos as projeções ortogonais de \mathbb{R}^3 sobre os eixos x , y e z , respectivamente, por
$$T_x(x, y, z) = (x, 0, 0), T_y(x, y, z) = (0, y, 0) \text{ e } T_z(x, y, z) = (0, 0, z).$$
Mostre que as projeções acima são transformações lineares.
- (4) Mostre que a reflexão de vetores de \mathbb{R}^2 em torno da reta $y = x$ é uma transformação linear e encontre sua matriz canônica.
- (5) Mostre que a projeção ortogonal de vetores de \mathbb{R}^2 sobre a reta $y = x$ é uma transformação linear e encontre sua matriz canônica.
- (6) Mostre que os vetores v e $v - T(v)$ são ortogonais, onde $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ é uma projeção ortogonal sobre os eixos coordenados ou sobre a reta $y = x$.
- (7) Calcule o núcleo e a imagem das transformações lineares abaixo:
 - (a) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (2x - 3y, 3x)$
 - (b) $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4, T(x, y) = (x - y, x, y, y - x)$
 - (c) $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, T(x, y, z) = x - y + z$
- (8) Determine se as transformações lineares do exercício anterior são injetivas e se são sobrejetivas.
- (9) O operador linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, T(x, y) = (2x + y, 3x + 4y)$ é invertível? Encontre sua inversa se possível.
- (10) Determine se os conjuntos de vetores abaixo são LI ou LD
 - (a) $\{(1, 2), (-2, 1)\}$ em \mathbb{R}^2
 - (b) $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ em \mathbb{R}^3
 - (c) $\{(1, 2, 3), (1, 1, 1)\}$ em \mathbb{R}^3
 - (d) $\{(1, 0), (1, 1), (1, 2)\}$ em \mathbb{R}^2
- (11) Para quais conjuntos de vetores do exercício anterior é possível escrever qualquer vetor dos espaços vetoriais dados como combinação linear de seus elementos?
- (12) Determine quais dos conjuntos de vetores do exercício (10) são base dos espaços vetoriais dados.