UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Linear e Geometria Analítica — Lista 6
Prof. Adriano Barbosa

(1) Verifique se o vetor w é uma combinação linear dos vetores u e v. Em caso afirmativo, determine os escalares correspondentes.
   (a) $u = (1, 2)$, $v = (3, -1)$ e $w = (7, 3)$
   (b) $u = (2, -1)$, $v = (-1, 3)$ e $w = (5, -7)$

(2) Determine se o vetor w pertence ao conjunto gerado pelos vetores indicados. Justifique sua resposta resolvendo um sistema linear.
   (a) $w = (5, 1)$ e $S = \{(1, 0), (2, 1)\}$
   (b) $w = (2, 3)$ e $S = \{(1, 1), (1, -1)\}$

(3) Escreva os vetores abaixo como combinações lineares dos vetores indicados, quando isso for possível.
   (a) $(7, 5) = a(1, 1) + b(2, -1)$
   (b) $(4, -2) = a(1, 2) + b(3, -1)$
   (c) $(3, 5, 4) = a(1, 0, 1) + b(0, 1, 1) + c(1, 1, 0)$
   (d) $(1, 2, 3) = a(1, 1, 0) + b(1, 0, 1) + c(0, 1, 1)$

(4) Determine se os conjuntos de vetores abaixo são linearmente independentes ou linearmente dependentes. Em cada caso, justifique sua resposta utilizando a definição de dependência linear.
   (a) $(1, 2)$, $(3, 4)$
   (b) $(2, -1)$, $(-6, 3)$
   (c) $(1, 0, 2)$, $(0, 1, -1)$, $(2, 1, 3)$
   (d) $(1, 2, 0)$, $(0, 1, 3)$, $(2, 5, 6)$

(5) Determine quais dos seguintes conjuntos geram $\mathbb{R}^2$. Justifique sua resposta.
   (a) $\{(1, 0), (0, 1)\}$
   (b) $\{(1, 2), (2, 4)\}$
   (c) $\{(1, 1), (2, -1)\}$
   (d) $\{(2, 3), (-4, -6), (1, 0)\}$

(6) Determine quais dos seguintes conjuntos geram $\mathbb{R}^3$.
   (a) $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$
   (b) $\{(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 2, 1)\}$
   (c) $\{(1, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$
   (d) $\{(1, 2, 3), (2, 4, 6), (0, 1, 1)\}$

(7) Seja
$$S = \{(1, 2, 1), (2, 1, 0), (3, 3, 1)\} \subset \mathbb{R}^3.$$
   (a) Determine se S é linearmente independente.
   (b) Determine span(S).
   (c) O vetor $(4, 5, 1)$ pertence a span(S)?
   (d) O vetor $(1, 1, 1)$ pertence a span(S)?

(8) Seja
$$S = \{(1, 0, 2, 1), (0, 1, -1, 2), (1, 1, 1, 3), (2, 1, 3, 4)\} \subset \mathbb{R}^4.$$
   (a) Determine se S é linearmente independente.

(b) Encontre uma combinação linear não trivial dos vetores de S que resulte no vetor nulo.
(c) Determine um subconjunto de S que seja linearmente independente e que gere o mesmo conjunto gerado por S.