UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Linear e Geometria Analítica — Lista 4
Prof. Adriano Barbosa

(1) Encontre A que satisfaz as igualdades abaixo:

(a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $(I+2A)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ (c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

(2) Resolva o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + z = b_1 \\ x - \ \ y + z = b_2 \\ x + \ \ y \qquad = b_3 \end{cases}$$

invertendo a matriz dos coeficientes para

(a) $b_1 = -1, b_2 = 3, b_3 = 4$ (b) $b_1 = 5, b_2 = 0, b_3 = 0$

(3) Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

(a) Mostre que a equação $Ax = x$ pode ser reescrita como $(A - I)x = 0$ e use este resultado para resolver $Ax = x$ em x.
(b) Resolva $Ax = 4x$.

(4) Apenas observando as matrizes aumentadas abaixo, determine se o sistema correspondente tem solução e se a solução é única. Justifique sua resposta.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ (b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 9 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(5) Dada $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$. Encontre A^2, A^{-2} e A^{-k} por inspeção.

(6) Encontre todos os valores de a, b e c tais que A é simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & a - 2b + 2c & 2a + b + c \\ 3 & 5 & a + c \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

(7) Se a matriz $A_{n\times n}$ pode ser expressa como $A = LU$, onde L é uma matriz triangular inferior e U é uma matriz triangular superior, então o sistema $Ax = b$ pode ser expresso como $LUx = b$ e resolvido em dois passos:

(a) Chame $y = Ux$ e resolva o sistema $Ly = b$ para y.
(b) Sabendo o valor de y, resolva $Ux = y$ para x.

Verifique que $A = LU$ e use este método para resolver o sistema $Ax = b$, onde:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -4 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 18 \end{bmatrix}, \ L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \ U = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \ b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$