UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Álgebra Linear — Lista 01
Prof. Adriano Barbosa

(1) Determine a, b, c e d tais que

$$\begin{bmatrix} a-b & b+c \\ 3d+c & 2a-4d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 6 \end{bmatrix}$$

(2) Usando as matrizes abaixo, resolva as operações abaixo quando possível:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(a) $D + E$
(b) $\operatorname{tr}(D)$
(c) $2A^T + C$
(d) $B - B^T$
(e) $\operatorname{tr}(C^T A^T + 2E^T)$
(f) $B^T(CC^T - A^T A)$
(g) $(-AC)^T + 5D^T$

(3) Dada $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$. Encontre A^2, A^3 e A^4.

(4) Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

Mostre que a equação $Ax = x$ pode ser reescrita como $(A - I_3)x = 0$.

(5) Encontre todos os valores de a, b e c tais que A é simétrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & a-2b+2c & 2a+b+c \\ 3 & 5 & a+c \\ 0 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

(6) Mostre que se A e B são matrizes $n \times n$, então $\operatorname{tr}(A+B) = \operatorname{tr}(A) + \operatorname{tr}(B)$.

(7) Calcule a inversa das matrizes abaixo:

(a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (b) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ (c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

(8) Encontre a matriz A que satisfaz as igualdades abaixo:

(a) $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ (b) $(I + 2A)^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ (c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$

(9) Seja $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) Mostre que $(I - A)^3 = 0$.

(b) Use a igualdade $(I - A)^3 = I - 3A + 3A^2 - A^3$ para calcular A^{-1}.

(10) Seja $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$. Verifique que $A^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$.

(11) Sejam A, B e P matrizes, onde P é invertível e satisfaz $A = P^{-1}BP$. Mostre que $A^n = P^{-1}B^nP$ para todo n natural.