Antiderivadas

A antiderivada (ou primitiva) de f em I é uma função F tal que $F' = f$ em I.

Exemplos: 1) $f(x) = x^2$

Como

$$\left(\frac{1}{3}x^3\right)' = \frac{1}{3}\cdot 3x^2 = x^2$$

$F(x) = \frac{1}{3}x^3$ é uma primitiva de f.

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1$ também é uma primitiva de f.

$F(x) = \frac{1}{3}x^3 + C$ é a primitiva geral de f.

2) $f(x) = \cos x$

$F(x) = \operatorname{sen} x \Rightarrow F'(x) = \cos x$, logo F é primitiva de f e $F(x) = \operatorname{sen} x + C$ é a primitiva geral de f.

3) $f(x) = \operatorname{sen} x$

$F(x) = -\cos x + C$

"Regras" de antiderivada:

$$x^n \longrightarrow \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C, \quad n \neq -1$$

$$x^{-1} = \frac{1}{x} \longrightarrow \ln x + C$$

$\cos x \longrightarrow \operatorname{sen} + C$

$\operatorname{sen} x \longrightarrow -\cos x + C$

$e^x \longrightarrow e^x + C$

$f \pm g \longrightarrow F \pm G$, onde $F' = f$ e $G' = g$

$cf \longrightarrow cF$, onde $F' = f$.

~~$f \cdot g \longrightarrow F \cdot G$~~ ~~$\frac{f}{g} \longrightarrow \frac{F}{G}$~~ ~~$f \circ g \longrightarrow F \circ G$~~

Exercício: 1) $f(x) = \cos x + \frac{x}{\sqrt{x}} = \cos x + \frac{x}{x^{1/2}} = \cos x + x \cdot x^{-1/2}$

$= \cos x + x^{1/2}$

$F(x) = \operatorname{sen} x + \frac{x^{3/2}}{3/2} + C = \operatorname{sen} x + \frac{2}{3} x^{3/2} + C.$

2) $f(x) = (x-1)(x^2+2) = x^3 + 2x - x^2 - 2 = x^3 - x^2 + 2x - 2$

$F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + 2 \cdot \frac{x^2}{2} - 2x + C$

$= \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + x^2 - 2x + C.$